

SU


RF

AC

ES

Altitudes
Cosinus
Coupes
Dérivées
Équations
Exponentielles
Fonctions
Fraisage
Gaussiennes
Gradients
Illusions
Impressions
Intégrations
Intersections
Lignes de niveau
Maillages
Matrices
Perçages
Plans
Projections
Réflexions
Sinusoïdes
Sphères
Tangentes
Transparences
Usinage
Vecteurs





Ce livre accompagne l'exposition *Surfaces*, installée de janvier à mars 2026 à l'IUT de Roanne. Il présente les objets mathématiques à l'origine des œuvres exposées, ainsi que les techniques utilisées par les étudiants pour la réalisation de ces œuvres. La plupart des textes ont été écrits par les étudiants eux-mêmes.

Surfaces est un mélange d'art, de mathématiques, et de technologie.

Et de succès, d'échecs, de tâtonnements, d'entraide, d'imagination, de patience, d'énervements, de passions et d'émotions.

Et de bordel.



texte introductif de l'exposition

La plupart des surfaces de l'espace se modélisent par une fonction de deux variables.

Les mathématiciens ont commencé à étudier ces fonctions au XVIII^e siècle, sans outils permettant de les visualiser facilement. Bien sûr l'informatique a changé la donne et s'il fallait en 1980 plusieurs minutes pour générer une simple image, on peut aujourd'hui en quelques millisecondes représenter ces surfaces avec un simple smartphone.

Mais visualiser n'est pas comprendre, et la compréhension de ces surfaces repose toujours sur les mêmes techniques : discrétisation, coupes, courbes de niveau, champs de vecteurs, ...

Ces techniques partent toutes de la même idée : supprimer provisoirement la troisième dimension pour se ramener à ce qu'on sait étudier, calculer et représenter facilement : des objets plans.

Cette exposition *Surfaces* tente d'illustrer ces approches mathématiques simples par des matérialisations concrètes. A travers une douzaine d'œuvres conçues et fabriquées par des étudiants de l'IUT, elle interroge aussi notre imagination et notre perception des surfaces de l'espace, à partir de fragments élémentaires à une ou deux dimensions.



Une visite virtuelle
de l'exposition
avec l'ensemble
des œuvres est
accessible sur le
site internet [www.
iut-roanne.fr](http://www.iut-roanne.fr), dans
la rubrique exposi-
tions.



Wavepix #1

Othmane Benabdallah
Dimitri Koël

Alu-sin-ation #2

Matthieu Jonin
Octave Vermorel

Pika-bro-chéte #3

Marius Ciochetto
Adam Mammad

Fonctions partielles #4

Junior Hounzonlin
Adalberto Sikalekeni

Enlacements #5

Noël André

Nablas #6

Noël André

Olympus #7

Matthieu Jonin
Octave Vermorel

KB9 #8

Othmane Benabdallah
Dimitri Koël

Black Sea #9

Matthieu Jonin
Octave Vermorel

Dunes #10

Junior Hounzonlin
Adalberto Sikalekeni

La forêt de Boa #11

Marius Ciochetto
Adam Mammad

Vallée de l'Étranche #12

Marius Ciochetto
Adam Mammad



Wavepix

Cette œuvre comporte 1024 gommettes portées par des bandes de papier dont la longueur a été calculée en fonction du décalage souhaité en chaque point dans la troisième dimension.

De loin on perçoit un simple réseau régulier de points noirs puis en s'approchant la surface mathématique se matérialise.

Le côté enfantin de la réalisation (papier, crayon, gommettes) contraste avec l'aspect mathématique et numérique de l'œuvre, qui est fondamentalement une matrice de 32 x 32 pixels tels qu'ils pourraient apparaître sur un moniteur.

De la même façon la forme continue, douce et analogique des bandes de papier dialogue avec la *discrétisation* de la surface en points isolés de l'espace.

La fonction représentée est : $f(x, y) = 2 + 2 \cos\left(\frac{1}{7}\sqrt{x^2 + y^2}\right)$

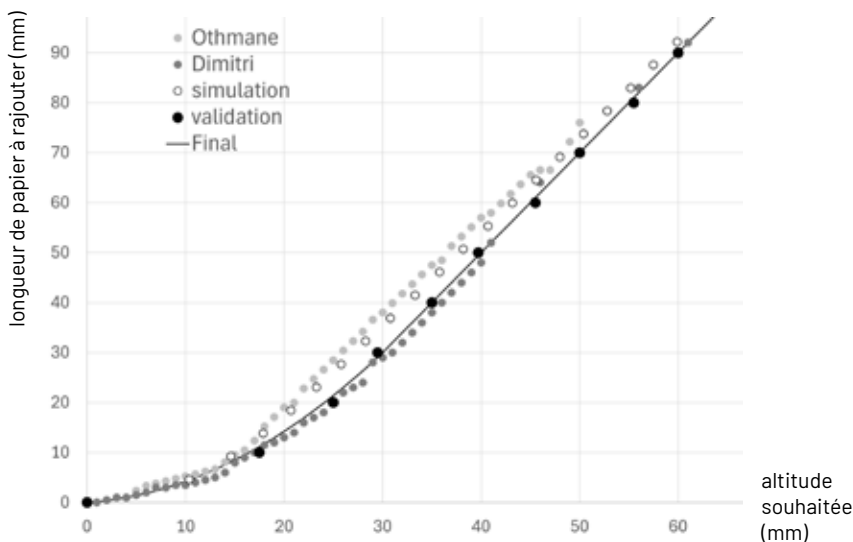
Comme pour toutes les surfaces de l'exposition, c'est donc une fonction mathématique qui permet de calculer, connaissant les deux variables x et y , une troisième variable : $z = f(x, y)$

Si on prend par exemple la cinquième gommette du panneau, qui se trouve, en partant du centre du panneau, à 57,5cm vers la gauche, et 77,5 vers le haut, on peut calculer la troisième dimension :

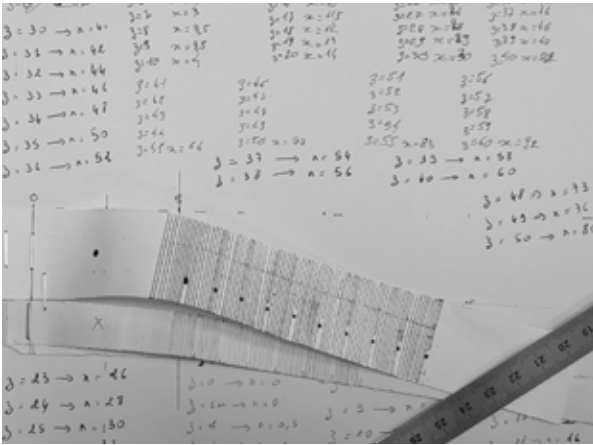
$$f(x, y) = 2 + 2 \cos\left(\frac{1}{7}\sqrt{(-57,5)^2 + 77,5^2}\right) \approx 2,69$$

La gommette est donc à une altitude d'environ 2,7 cm du panneau.

Pour calculer la longueur des bandes de papier correspondant à l'altitude souhaitée, de nombreuses expérimentations ont permis de définir une formule de conversion.







Après avoir défini la formule pour convertir l'altitude souhaitée en longueur de bande papier, la matrice des 1024 longueurs a été calculée à l'aide d'une feuille Excel, puis la construction a pu débuter.

Othmane Benabdallah
Dimitri Koël

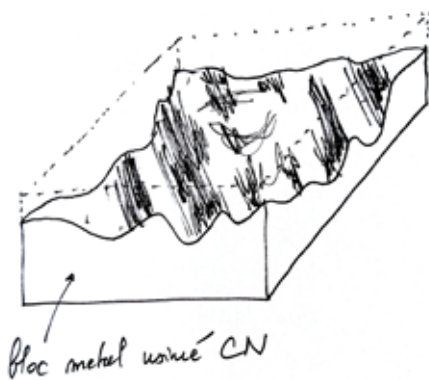
#1 Wavepix

Alu-sin-ation

Cette oeuvre matérialise une surface mathématique par un volume plein en métal. Elle consistait donc à usiner un bloc d'aluminium à l'aide de la fonction mathématique ci-contre (oui, vu comme ça, ça fait peur...).

La dureté du métal contraste avec la souplesse et la légèreté des ondulations générées par la partie sinusoïdale de la fonction mathématique, recouvrant un visage tel un drap de satin.

Le point de départ est un bloc d'aluminium de 10kg, mesurant 250x250x60mm. Ce bloc a été usiné par une série de 11 passes d'ébauche et 12 passes de finition. Lors de l'ébauche on enlève grossièrement de la matière par plans horizontaux, tous les 4mm. Les passes de finition permettent de lisser le profil pour progressivement converger vers la surface choisie.



Ici la fonction est la somme d'une ondulation, et d'éléments de visage au centre :

$$f(x, y) =$$

$$\begin{aligned}
 & 0.4 + 0.82 \left[\left(1 - \exp \left(-\frac{1}{10000} (x^4 + y^4) \right) \right) \right. \\
 & \left. \left(3.4 + 1.3 \cos \left(\sqrt{1 + \frac{x^2 y^2}{50}} + 40 \exp \left(-\frac{1}{500} ((x-5)^2 + (y-8)^2) \right) \right) \right) \right. \\
 & + 5.5 \exp \left(-\frac{1}{50} x^2 - \frac{1}{5000} (y^4 - 100y) \right) \\
 & - 0.8 \exp \left(-(x-2)^2 - \frac{5}{2} (y-1.5)^2 \right) - 0.8 \exp \left(-(x+2)^2 - \frac{5}{2} (y-1.5)^2 \right) \\
 & + 1.4 \exp \left(-x^2 - \left(\frac{5}{8} (y+1.1) - \frac{3}{40} |y+1.1| \right)^2 \right) \\
 & \left. + 0.6 \exp \left(-\frac{1}{5} x^2 - (y+3.5)^2 \right) - 0.2 \exp \left(-\frac{2}{25} x^4 - 10(y+3.5)^2 \right) \right] \\
 & + 0.6 \exp \left(-\frac{1}{20} (y-12.5)^2 - \frac{1}{100} x^2 \right) + 0.5 \exp \left(-\frac{1}{20} (y+12.5)^2 - \frac{1}{100} x^2 \right)
 \end{aligned}$$

Les deux premières lignes génèrent l'ondulation globale, et les lignes suivantes (dans l'ordre : la tête, les yeux, le nez, la bouche) génèrent le visage. La dernière ligne a une utilité purement technique : elle rehausse légèrement les bords de la surface pour laisser la place à l'étau qui maintiendra la pièce pendant l'usinage.

#2 Alu-sin-ation

Matthieu Jonin
Octave Vermorel

Pour arriver à une œuvre parfaite, nous avons d'abord réalisé un essai avec un bloc aux mêmes dimensions mais en plastique usinable (PEHD). Nous avons dû percer et tarauder des trous en-dessous de nos blocs pour pouvoir les fixer stablement dans le centre d'usinage. Nous avons ensuite surfacé la pièce afin d'avoir des bords lisses.

Nous avons enfin pu terminer notre œuvre en l'usinant à l'aide d'un programme en langage GCODE. Pour ce programme, un fichier Excel a tout d'abord été créé pour calculer point par point les profils mathématiques de la surface, et lister les instructions correspondantes.

Ce programme a finalement été refait en Python pour plus de rapidité.

Le code global ainsi généré comporte près d'un million de lignes.



(page de droite)

Usinage de la première version en PVC noir.

(double page suivante)

Les 503 lignes du code de la première phase de finition, soit 0,06% du code global.



G90	Y39.250	Y71.750 Z-20.522	Y7.250 Z-20.615	Z-18.194
G53 Z-250	Z-14.975	Y72.000 Z-20.532	Y7.500 Z-20.556	G0 Z4.20
G53 X-350 Y0	G1 Z-19.975	Y72.250 Z-20.500	Y7.750 Z-20.454	Y69.250
T=»BOULE_CYLINDR»	Y39.500 Z-20.156	Y72.500 Z-20.428	Z-18.309	Z-15.440
D1	Y39.750 Z-20.285	Y72.750 Z-20.316	G0 Z4.200	G1 Z-20.
L6	Y40.000 Z-20.359	Z-18.164	Y36.250	Y69.500
M3 S7162	Y40.250 Z-20.379	G0 Z4.200	Z-14.898	Z-18.629
M8 M7	Y40.500 Z-20.345	X-120.000 Y7.000	G1 Z-19.898	G0 Z4.20
G0 X0 Y0 Z4.200	Y40.750 Z-20.256	Z-14.895	Y36.500 Z-20.112	X-114.00
X-126.000 Y11.000	Z-18.114	G1 Z-19.895	Y36.750 Z-20.279	Z-14.981
Z-14.954	G0 Z4.200	Y7.250 Z-20.112	Y37.000 Z-20.398	G1 Z-19.
G1 Z-19.954 F570	Y71.250	Y7.500 Z-20.289	Y37.250 Z-20.470	Y34.500
Y11.250 Z-20.159	Z-14.975	Y7.750 Z-20.425	Y37.500 Z-20.492	Y34.750
Y11.500 Z-20.308	G1 Z-19.975	Y8.000 Z-20.517	Y37.750 Z-20.465	Y35.000
Y11.750 Z-20.400	Y71.500 Z-20.163	Y8.250 Z-20.563	Y38.000 Z-20.389	Y35.250
Y12.000 Z-20.433	Y71.750 Z-20.310	Y8.500 Z-20.563	Y38.250 Z-20.265	Y35.500
Y12.250 Z-20.407	Y72.000 Z-20.415	Y8.750 Z-20.515	Z-18.095	Y35.750
Y12.500 Z-20.321	Y72.250 Z-20.478	Y9.000 Z-20.418	G0 Z4.200	Y36.000
Z-18.176	Y72.500 Z-20.498	Z-18.273	Y69.250	Y36.250
G0 Z4.200	Y72.750 Z-20.475	G0 Z4.200	Z-14.934	Z-18.279
Y40.250	Y73.000 Z-20.409	Y37.250	G1 Z-19.934	G0 Z4.20
Z-15.046	Y73.250 Z-20.302	Z-14.897	Y69.500 Z-20.140	X-112.00
G1 Z-20.046	Z-18.153	G1 Z-19.897	Y69.750 Z-20.311	Z-14.819
Y40.500 Z-20.204	G0 Z4.200	Y37.500 Z-20.106	Y70.000 Z-20.445	G1 Z-19.
Y40.750 Z-20.307	X-122.000 Y8.500	Y37.750 Z-20.266	Y70.250 Z-20.542	Y32.500
Y41.000 Z-20.354	Z-14.992	Y38.000 Z-20.376	Y70.500 Z-20.601	Y32.750
Y41.250 Z-20.344	G1 Z-19.992	Y38.250 Z-20.436	Y70.750 Z-20.623	Y33.000
Y41.500 Z-20.279	Y8.750 Z-20.193	Y38.500 Z-20.445	Y71.000 Z-20.606	Y33.250
Z-18.158	Y9.000 Z-20.346	Y38.750 Z-20.403	Y71.250 Z-20.552	Y33.500
G0 Z4.200	Y9.250 Z-20.452	Y39.000 Z-20.310	Y71.500 Z-20.460	Z-18.690
Y71.750	Y9.500 Z-20.506	Z-18.168	Y71.750 Z-20.332	G0 Z4.20
Z-14.896	Y9.750 Z-20.509	G0 Z4.200	Z-18.168	X18.000
G1 Z-19.896	Y10.000 Z-20.460	Y70.000	G0 Z4.200	Z-10.922
Y72.000 Z-20.097	Y10.250 Z-20.359	Z-14.995	X-116.000 Y4.000	G1 Z-15.
Y72.250 Z-20.255	Z-18.205	G1 Z-19.995	Z-15.101	Y123.250
Y72.500 Z-20.371	G0 Z4.200	Y70.250 Z-20.187	G1 Z-20.101	Y123.500
Y72.750 Z-20.442	Y38.250	Y70.500 Z-20.341	Y4.250 Z-20.266	Y123.750
Y73.000 Z-20.469	Z-14.924	Y70.750 Z-20.457	Y4.500 Z-20.409	Y124.000
Y73.250 Z-20.452	G1 Z-19.924	Y71.000 Z-20.534	Y4.750 Z-20.527	Y124.250
Y73.500 Z-20.390	Y38.500 Z-20.122	Y71.250 Z-20.571	Y5.000 Z-20.616	Y124.500
Y73.750 Z-20.285	Y38.750 Z-20.269	Y71.500 Z-20.569	Y5.250 Z-20.675	Y124.750
Z-18.137	Y39.000 Z-20.365	Y71.750 Z-20.527	Y5.500 Z-20.701	Y125.000
G0 Z4.200	Y39.250 Z-20.407	Y72.000 Z-20.446	Z-18.694	Y125.250
X-124.000 Y9.750	Y39.500 Z-20.398	Y72.250 Z-20.327	G0 Z4.200	Z-14.115
Z-14.942	Y39.750 Z-20.335	Z-18.170	Y35.250	G0 Z4.20
G1 Z-19.942	Y40.000 Z-20.220	G0 Z4.200	Z-14.927	X110.000
Y10.000 Z-20.151	Z-18.055	X-118.000 Y5.500	G1 Z-19.927	Z-15.079
Y10.250 Z-20.309	G0 Z4.200	Z-14.918	Y35.500 Z-20.140	G1 Z-20.
Y10.500 Z-20.414	Y70.500	G1 Z-19.918	Y35.750 Z-20.309	Y32.000
Y10.750 Z-20.464	Z-14.862	Y5.750 Z-20.123	Y36.000 Z-20.433	Y32.250
Y11.000 Z-20.459	G1 Z-19.862	Y6.000 Z-20.297	Y36.250 Z-20.510	Y32.500
Y11.250 Z-20.397	Y70.750 Z-20.073	Y6.250 Z-20.437	Y36.500 Z-20.541	Y32.750
Y11.500 Z-20.280	Y71.000 Z-20.246	Y6.500 Z-20.541	Y36.750 Z-20.524	Y33.000
Z-18.107	Y71.250 Z-20.378	Y6.750 Z-20.607	Y37.000 Z-20.460	Y33.250
G0 Z4.200	Y71.500 Z-20.470	Y7.000 Z-20.632	Y37.250 Z-20.349	Y33.500

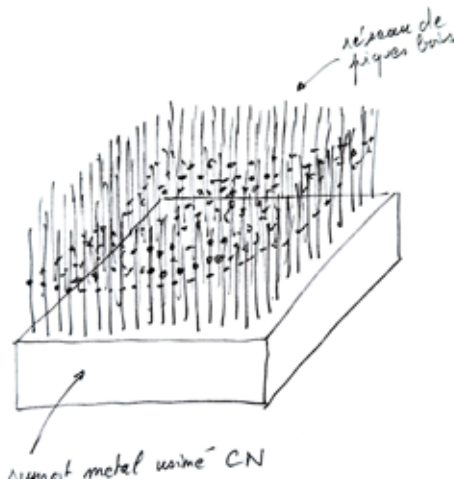
0	Y33.750 Z-20.465 Z-18.285 G0 Z4.200 X112.000 Y32.000	Y63.500 Z-20.266 Y63.750 Z-20.420 Y64.000 Z-20.534 Y64.250 Z-20.606	Y35.250 Z-20.409 Y35.500 Z-20.302 Z-18.132 G0 Z4.200	Y9.500 Z-20.229 Y9.750 Z-20.381 Y10.000 Z-20.460 Y10.250 Z-20.465
440	Z-14.864	Y64.500 Z-20.637	Y63.500	Y10.500 Z-20.394
Z-20.552	G1 Z-19.864 Y32.250 Z-20.125	Y64.750 Z-20.625 Y65.000 Z-20.573	Z-14.997 G1 Z-19.997	Z-18.248 G0 Z4.200
0	Y32.500 Z-20.335	Y65.250 Z-20.479	Y63.750 Z-20.195	Y35.000
0 Y34.250	Y32.750 Z-20.494 Y33.000 Z-20.598	Y65.500 Z-20.345 Z-18.173	Y64.000 Z-20.348 Y64.250 Z-20.456	Z-15.004 G1 Z-20.004
981	Y33.250 Z-20.649	G0 Z4.200	Y64.500 Z-20.519	Y35.250 Z-20.198
Z-20.190	Y33.500 Z-20.644	X118.000 Y7.000	Y64.750 Z-20.536	Y35.500 Z-20.324
Z-20.357	Y33.750 Z-20.585	Z-15.089	Y65.000 Z-20.508	Y35.750 Z-20.380
Z-20.480	Y34.000 Z-20.473	G1 Z-20.089	Y65.250 Z-20.434	Y36.000 Z-20.367
Z-20.559	Z-18.308	Y7.250 Z-20.309	Y65.500 Z-20.316	Y36.250 Z-20.285
Z-20.593	G0 Z4.200	Y7.500 Z-20.474	Z-18.154	Z-18.134
Z-20.581	X114.000 Y32.500	Y7.750 Z-20.579	G0 Z4.200	G0 Z4.200
Z-20.525	Z-14.908	Y8.000 Z-20.625	X122.000 Y8.500	Y63.750
Z-20.423	G1 Z-19.908 Y32.750 Z-20.156	Y8.250 Z-20.607 Y8.500 Z-20.527	Z-15.014 G1 Z-20.014	Z-14.879 G1 Z-19.879
0	Y33.000 Z-20.351	Y8.750 Z-20.384	Y8.750 Z-20.240	Y64.000 Z-20.092
0 Y33.000	Y33.250 Z-20.491	Z-18.248	Y9.000 Z-20.401	Y64.250 Z-20.258
	Y33.500 Z-20.574	G0 Z4.200	Y9.250 Z-20.493	Y64.500 Z-20.375
819	Y33.750 Z-20.600	Y63.250	Y9.500 Z-20.514	Y64.750 Z-20.443
Z-20.345	Y34.000 Z-20.568	Z-14.928	Y9.750 Z-20.464	Y65.000 Z-20.461
Z-20.495	Y34.250 Z-20.480	G1 Z-19.928	Y10.000 Z-20.342	Y65.250 Z-20.429
Z-20.605	Z-18.336	Y63.500 Z-20.143	Z-18.150	Y65.500 Z-20.349
Z-20.675	G0 Z4.200	Y63.750 Z-20.316	G0 Z4.200	Y65.750 Z-20.220
Z-20.703	X116.000 Y6.250 Z-15.160	Y64.000 Z-20.447 Y64.250 Z-20.535	Y34.500 Z-14.993	Z-18.044 G0 Z4.200
0	G1 Z-20.160	Y64.500 Z-20.579	G1 Z-19.993	X126.000 Y10.750
Y123.000	Y6.500 Z-20.370 Y6.750 Z-20.530	Y64.750 Z-20.579 Y65.000 Z-20.536	Y34.750 Z-20.196 Y35.000 Z-20.334	Z-15.434 G1 Z-20.434
922	Y7.000 Z-20.636	Y65.250 Z-20.450	Y35.250 Z-20.405	Y11.000 Z-20.418
Z-15.948	Y7.250 Z-20.687	Y65.500 Z-20.321	Y35.500 Z-20.408	Y11.250 Z-20.324
Z-15.972	Y7.500 Z-20.681	Z-18.151	Y35.750 Z-20.344	Z-18.151
Z-15.996	Y7.750 Z-20.617	G0 Z4.200	Y36.000 Z-20.215	G0 Z4.200
Z-16.018	Y8.000 Z-20.493	X120.000 Y7.750	Z-18.020	Y36.250
Z-16.038	Z-18.312	Z-15.041	G0 Z4.200	Z-15.359
Z-16.057	G0 Z4.200	G1 Z-20.041	Y63.500	G1 Z-20.359
Z-16.074	Y33.000	Y8.000 Z-20.266	Z-14.825	Y36.500 Z-20.331
Z-16.089	Z-14.940	Y8.250 Z-20.431	G1 Z-19.825	Y36.750 Z-20.232
Z-16.103	G1 Z-19.940 Y33.250 Z-20.176	Y8.500 Z-20.532 Y8.750 Z-20.567	Y63.750 Z-20.051 Y64.000 Z-20.232	Z-18.063 G0 Z4.200
0	Y33.500 Z-20.356	Y9.000 Z-20.535	Y64.250 Z-20.366	Y65.500
Y31.750	Y33.750 Z-20.477 Y34.000 Z-20.539	Y9.250 Z-20.436 Z-18.269	Y64.500 Z-20.453 Y64.750 Z-20.493	Z-15.375 G1 Z-20.375
079	Y34.250 Z-20.540	G0 Z4.200	Y65.000 Z-20.485	Y65.750 Z-20.271
Z-20.305	Y34.500 Z-20.482	Y34.000	Y65.250 Z-20.429	Z-18.118
Z-20.482	Y34.750 Z-20.366	Z-14.980	Y65.500 Z-20.327	G0 Z4.200
Z-20.608	Z-18.191	G1 Z-19.980	Z-18.179	M0
Z-20.683	G0 Z4.200	Y34.250 Z-20.194	G0 Z4.200	
Z-20.706	Y63.250	Y34.500 Z-20.344	X124.000 Y9.250	
Z-20.677	Z-15.071	Y34.750 Z-20.431	Z-15.006	
Z-20.597	G1 Z-20.071	Y35.000 Z-20.452	G1 Z-20.006	

Pika-bro-chète

Cette œuvre se démarque par son côté très aérien.

La surface créée semble pudiquement ne pas vouloir se dévoiler parfaitement au premier regard. Ainsi, l'observateur attentif devra entrer en mouvement, guidé par sa curiosité, pour découvrir au fil des angles, le drap citrin flottant dans un brouillard noir, au-dessus des reflets métalliques et froids du bloc d'aluminium.

Le contraste entre l'univers artistique du non-dit et la perfection descriptive des mathématiques algébriques crée un espace latent dans lequel s'expriment la patience et le temps qui ont été nécessaires à l'élaboration de cette pièce : de la recherche d'un processus d'optimisation jusqu'à la mesure et au marquage des 576 individualités qui forment ce tout consistant.



Je trouve personnellement cette œuvre intéressante, j'apprécie de devoir bouger pour reconnaître la surface.

Adam Mammad

J'ai au départ été assez déçu de cette œuvre et je pense que si certaines choses étaient modifiées, comme le diamètre des piques ou une base mate, le rendu pourrait davantage me plaire. Cela dit, plus je la regarde, plus j'apprends à l'apprécier, et je crois que c'est là toute la philosophie de cette œuvre.

Marius Ciochetto

Nous avons commencé par modéliser informatiquement la fonction qui nous était proposée afin de la comprendre, puis de nous amuser à sculpter la forme qui nous plaisait et semblait le mieux correspondre à l'idée que nous nous faisons du rendu.

Cette partie fut intéressante, car elle nous a permis de réellement prendre contact avec les fonctions mathématiques afin d'assimiler les différents types de coefficients et leur impact sur la surface. Nous avons passé du temps, même en dehors des cours, à essayer de créer les formes que nous trouvions les plus belles, pour ensuite "aplatir" le rendu et le rendre réalisable.

Au final la fonction choisie est :

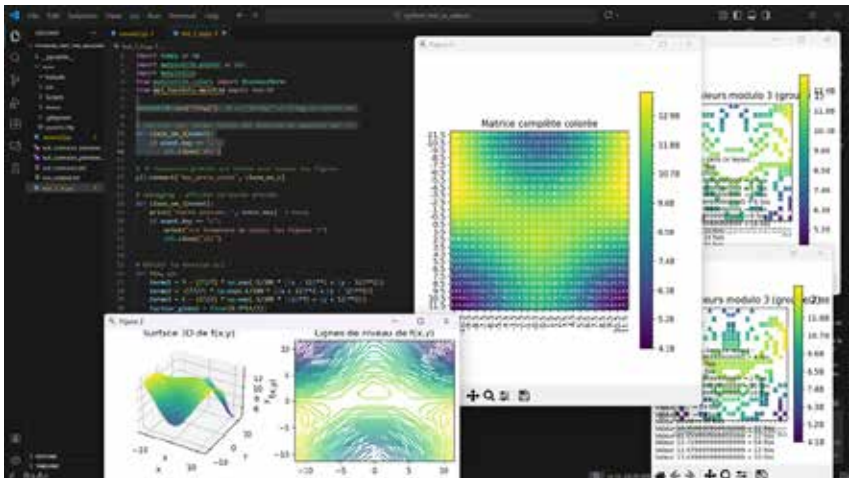
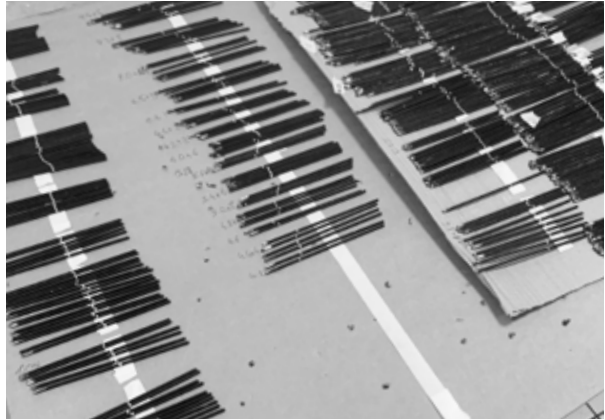
$f(x, y) =$

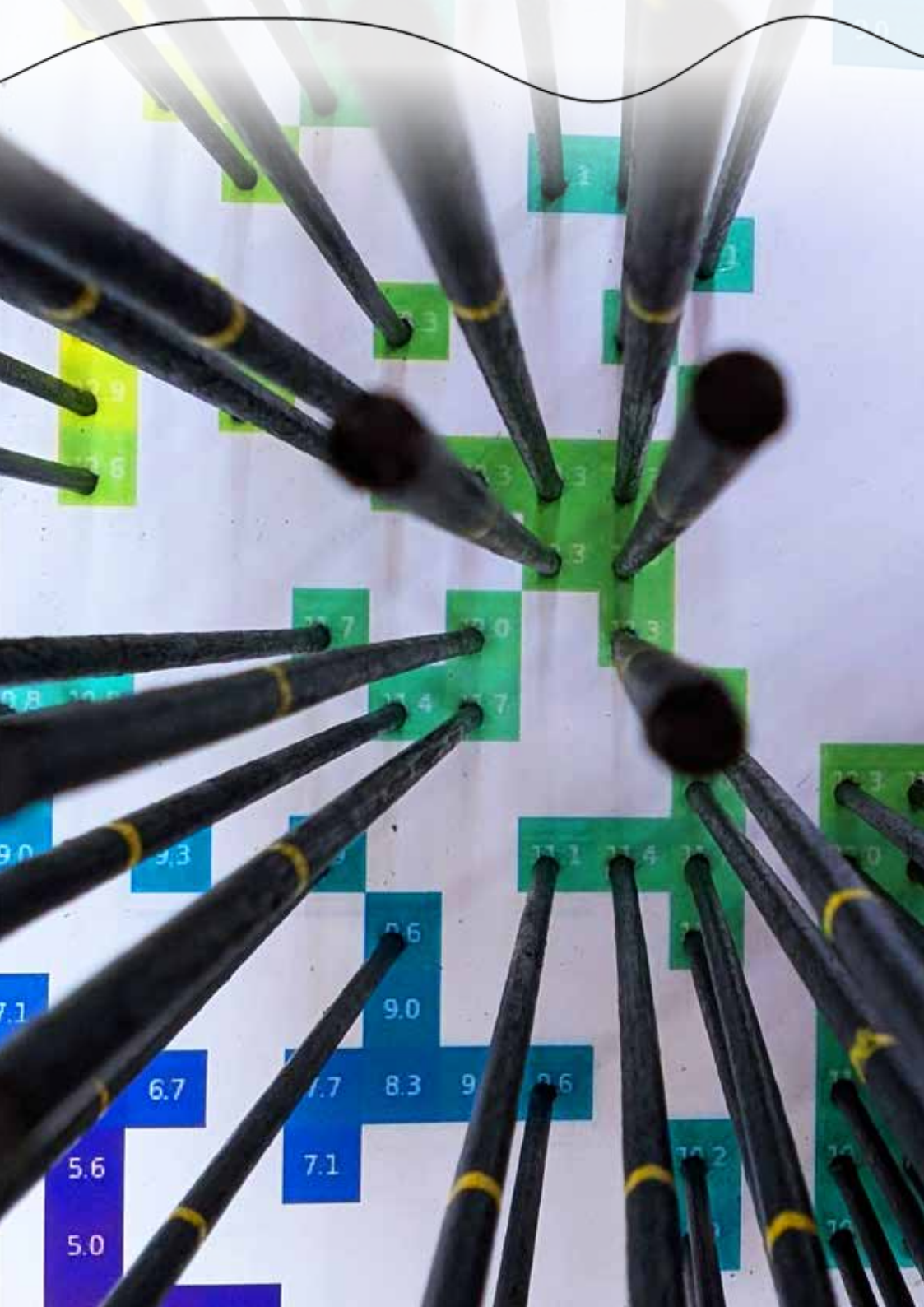
$$\begin{aligned} & \frac{67}{50} - 11 \exp\left(-\frac{1}{100}((x-12)^2 + (y-12)^2)\right) \\ & - 11 \exp\left(-\frac{1}{100}((x+12)^2 + (y-12)^2)\right) \\ & - \frac{17}{2} \exp\left(-\frac{1}{100}(x^2 + (y+12)^2)\right) \end{aligned}$$

#3 Pika-bro-chète

Marius Ciochetto
Adam Mammad

Le support a été réalisé par usinage numérique sur un bloc d'aluminium. Les 576 piques en bois ont été peints à la bombe noire, puis marqués à la peinture jaune. Sur les photos on voit un système de gabarits, générés par un programme Python que nous avons proposé pour optimiser la construction.





1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

Fonctions partielles


Ces deux œuvres ont été réalisées par impression 3D.

Il s'agit de la même fonction mathématique, dont la surface est représentée ici par des coupes selon deux directions différentes.

Il est intéressant de noter que nous avons du mal à voir la même surface au premier abord. En effet, même si la fonction utilisée est identique dans les deux cas, la perception que l'on peut en avoir est très différente, notre cerveau se laissant influencer par la forme des coupes, qui dépend de la direction choisie.

En mathématiques on appelle ces coupes les *fonctions partielles* de la fonction, en x ou en y .





Plus précisément, les fonctions partielles en x ont toutes la forme d'une sinusoïde :



et les fonctions partielles en y ont toutes la forme d'une gaussienne :



La fonction choisie est :

$$f(x, y) = 3 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{4} x \right) \right) \exp \left(- \left(\frac{y}{5} \right)^2 \right)$$

C'est ce qu'on appelle une fonction à variable séparables, c'est-à-dire une fonction qu'on peut décomposer de la manière suivante

$$f(x, y) = g(x) \times h(y)$$

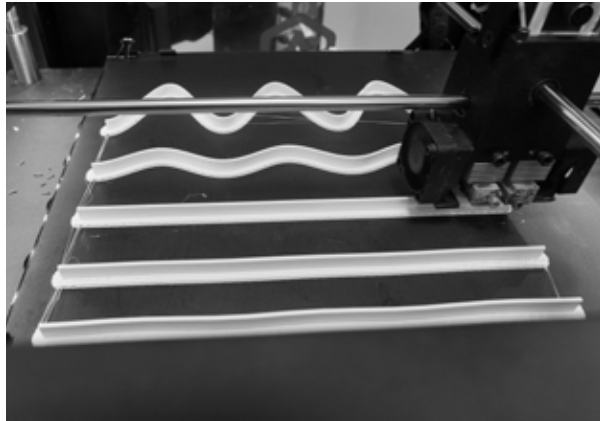
C'est une propriété des fonctions à variables séparables, que toutes les fonctions partielles en x ont la même forme, de même que celles en y .

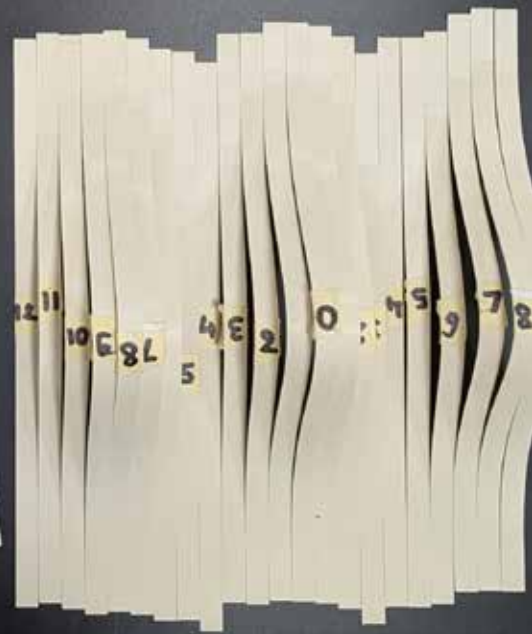
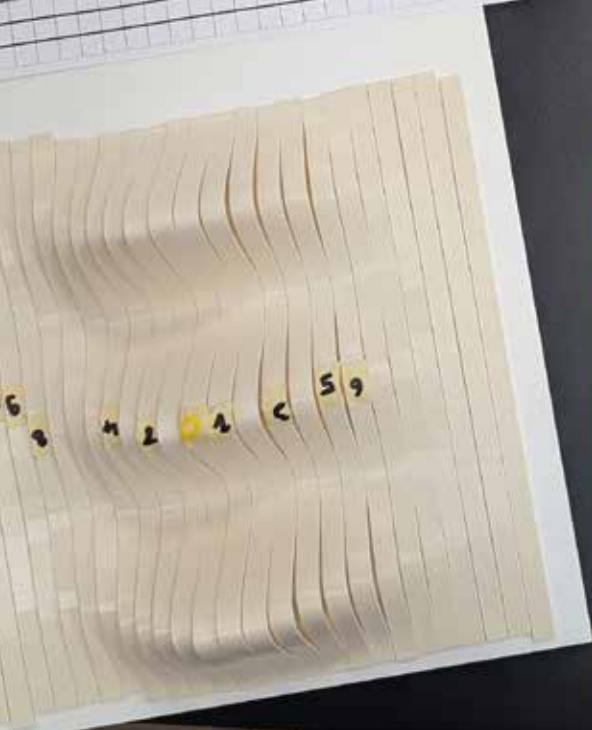
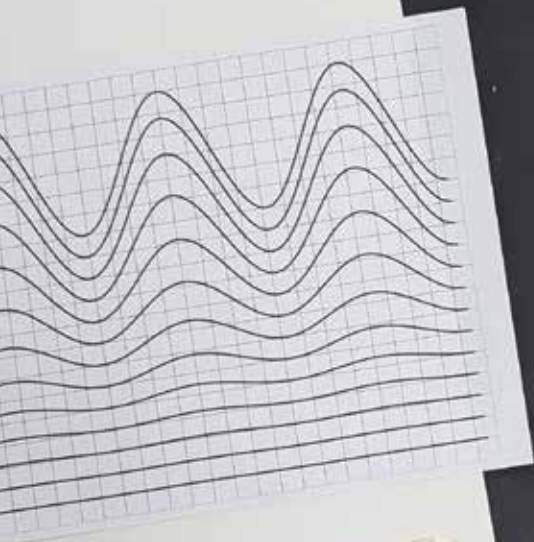
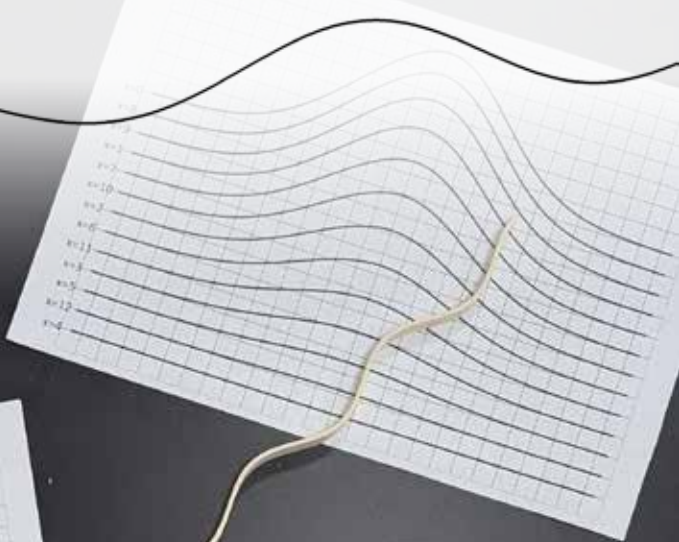
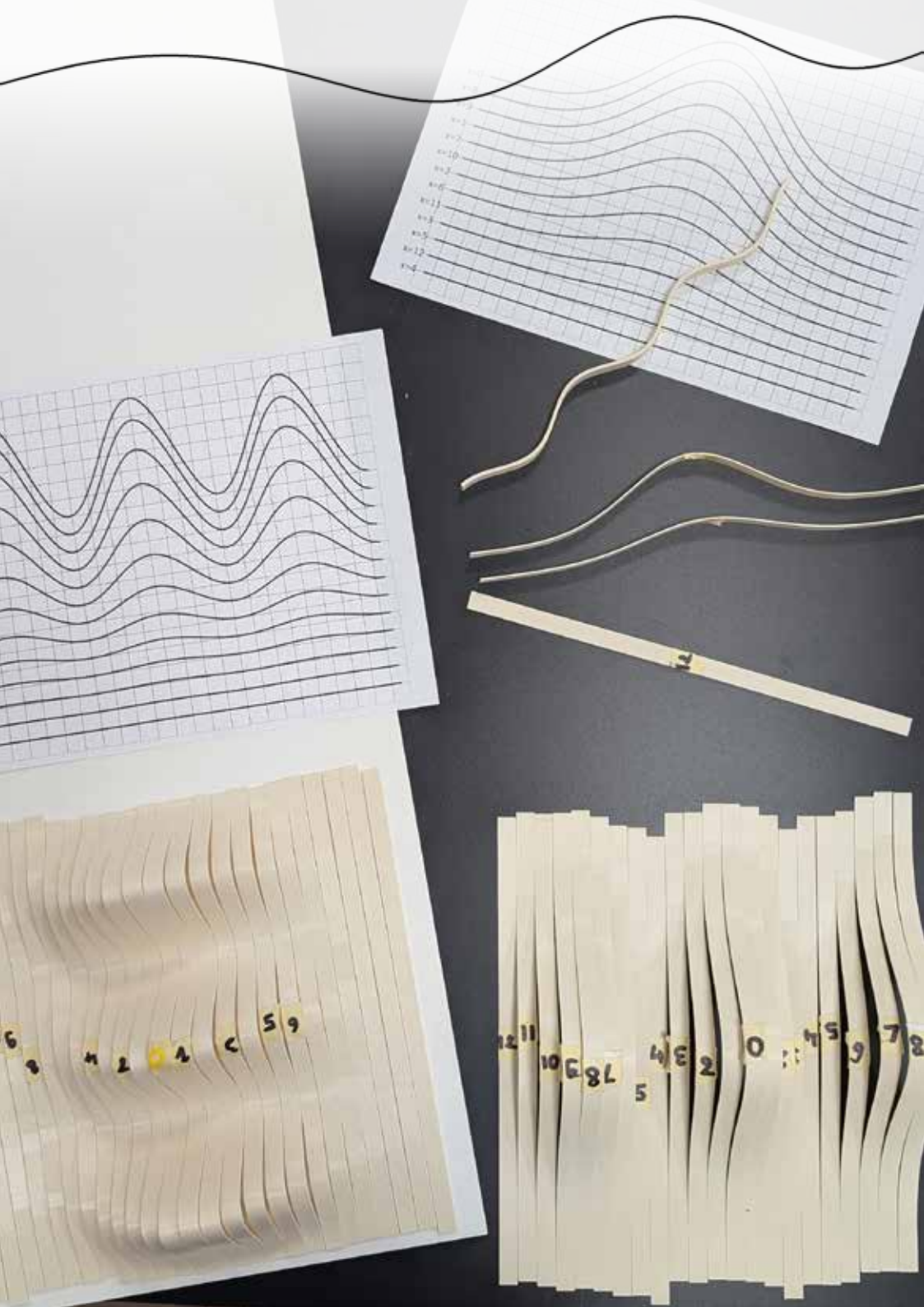
#4 Fonctions partielles

Junior Hounzonlin
Adalberto Sikalekeni

Chaque profil a été modélisé sur ordinateur avec le logiciel Solidworks, puis construit en acide polylactique, par fabrication additive, avec une imprimante 3D.

Le temps d'impression total est de plus de 100h.

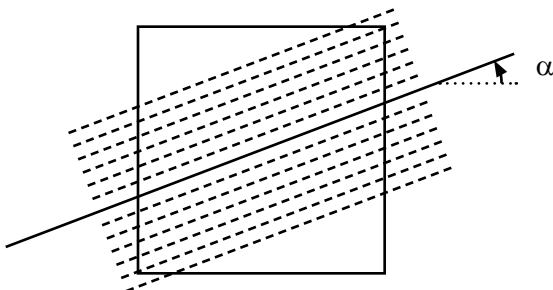




Enlacements

Cette oeuvre représente une surface avec une série d'intersections par des plans verticaux.

Pour chacun des 14 tracés, on définit une direction par un angle α (variant de 0° pour le premier tracé à 90° pour le dernier), puis on calcule les intersections de la surface mathématique par vingt plans verticaux, tous parallèles et régulièrement espacés.

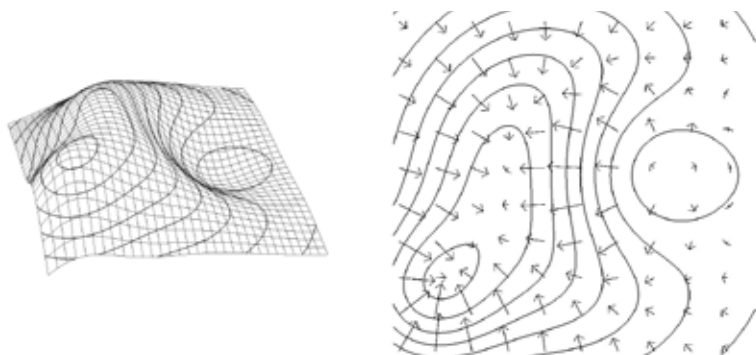


La fonction mathématique utilisée est la même que celle de l'œuvre *Alu-sin-ation*, ce qu'on peut reconnaître avec un peu d'imagination en observant les différentes courbes.

Nablas

À l'esthétique très organique, ce tableau est simplement composé de 100 000 vecteurs gradient.

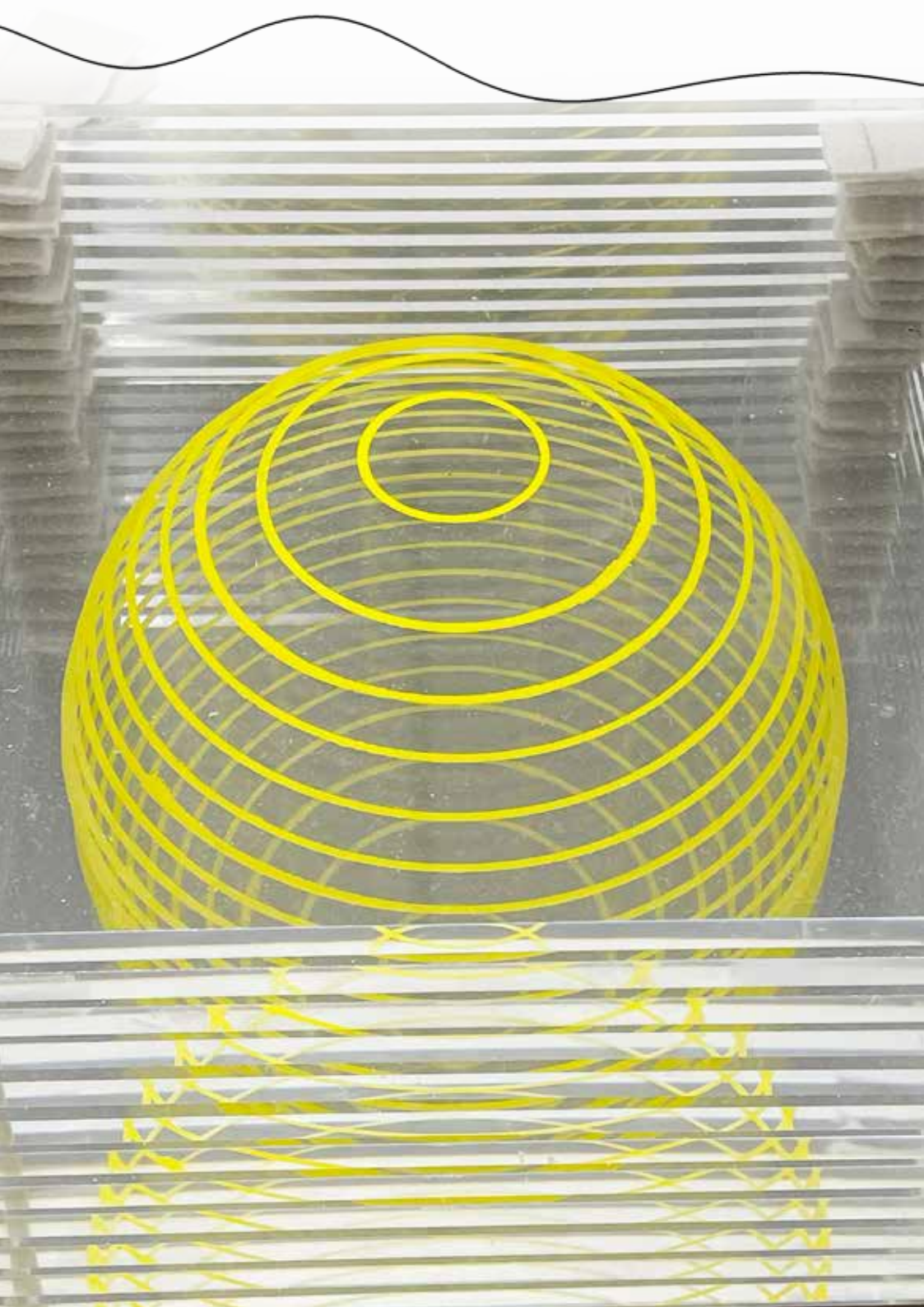
Le vecteur gradient d'une fonction de deux variables est le vecteur qui indique la ligne de plus grande pente, dans le sens de la montée. Sa norme est égale à cette pente : plus il est long, plus la pente est raide.



Ainsi avec uniquement les vecteurs gradients et un peu d'imagination, on peut deviner l'allure de la surface correspondante. La surface utilisée pour le poster est celle d'une autre œuvre de l'exposition (sauriez-vous trouver laquelle ?)

Mathématiquement le vecteur gradient est défini à partir des dérivées partielles de la fonction :

$$\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \end{pmatrix}$$



Olympus

Cette œuvre crée l'illusion d'une sphère observable sous différents angles à l'aide d'une fonction mathématique simple:

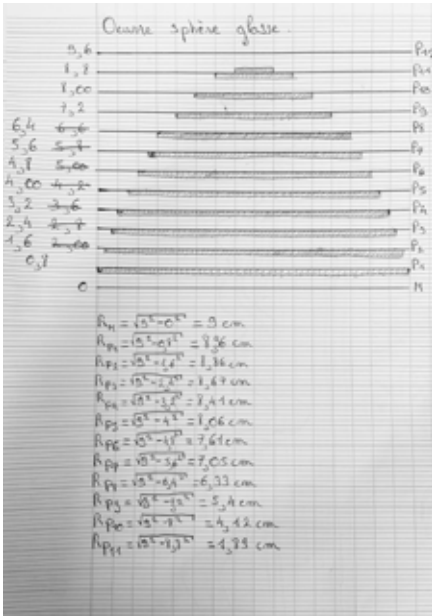
$$f(x, y) = \sqrt{9,6^2 - (x^2 + y^2)}$$

L'illusion est faite à partir de cercles de différentes tailles dessinés sur des plaques de plexiglas (12), superposées et surplombant un miroir.

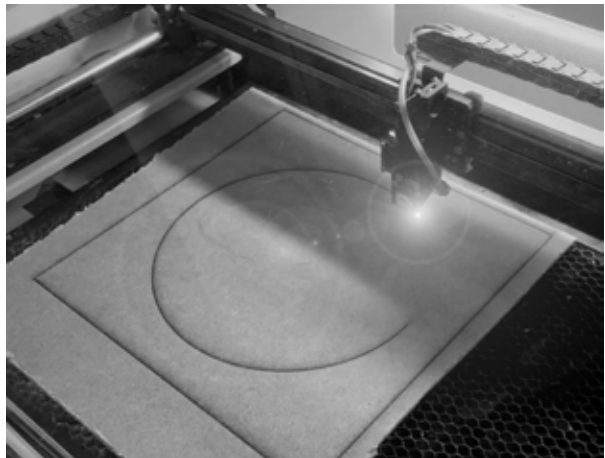
Ces 12 cercles sont tout simplement les courbes de niveau de la surface mathématique.

Pour la construction, il a fallu tout d'abord trouver une méthode pour dessiner des cercles à la peinture sur chaque plaque, sans la rayer car les plaques de plexiglas sont fragiles !

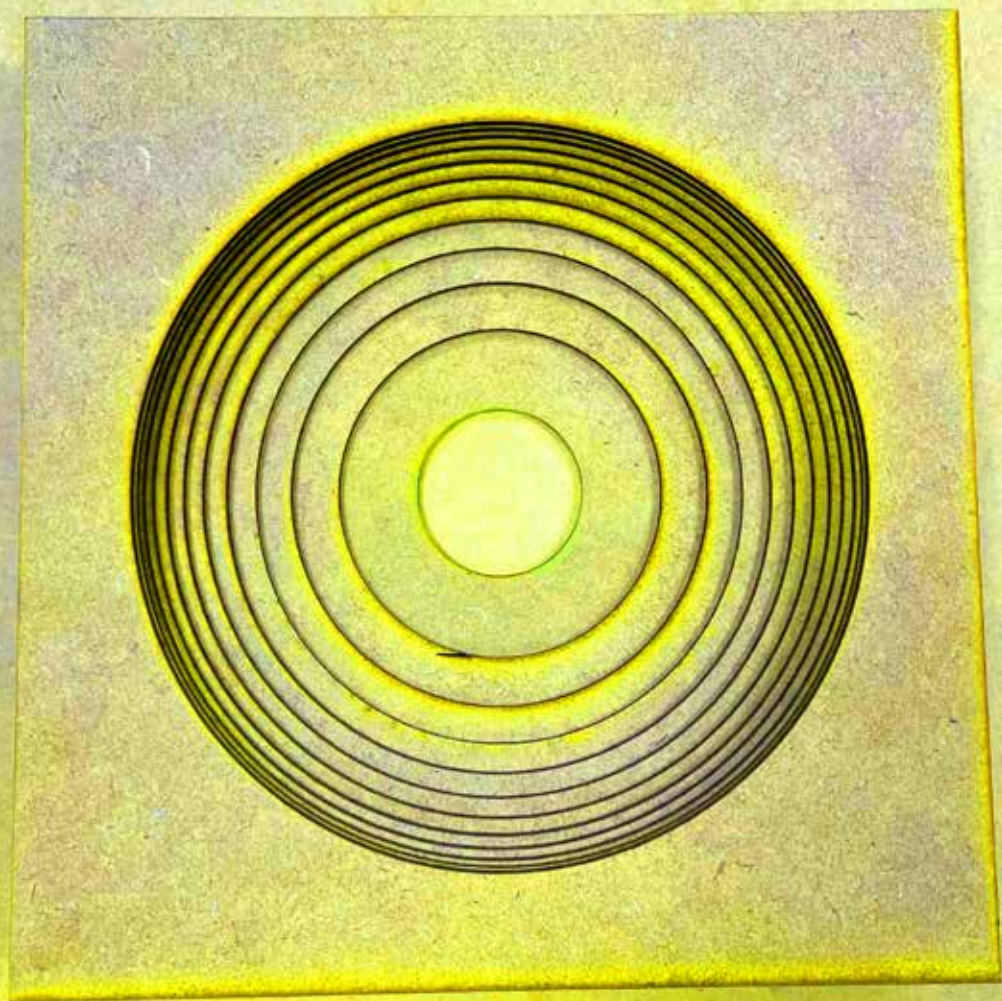
Nous avons réalisé des essais à l'aide de bouchons ou d'autres objets parfaitement circulaires comme modèles. Nous avons ensuite eu l'idée de créer des guides en bois avec nos différentes tailles de cercles et de les découper à l'aide d'une découpe laser afin d'être très précis. Nous avons fait une première découpe mais nous n'avions pas pris en compte la largeur de la mine de notre stylo peinture (!) Nous avons donc dû réaliser 12 autres découpes afin d'avoir des guides bien précis.



Le rayon du cercle correspondant à chaque courbe de niveau a été calculé, puis chaque cercle a été découpé au laser pour fabriquer les 12 gabarits,



(page de droite)
Les douze gabarits empilés



KB9

Cette œuvre est une approche ludique de la notion de surface. À vous de jouer !

Neuf surfaces mathématiques ont été représentées concrètement par une forme en trois dimensions, et également par leurs courbes de niveau.

Le but du jeu est de faire correspondre chacune des neuf surfaces avec sa représentation en courbes de niveau.

Les courbes de niveau d'une surface sont simplement la trace des coupes de la surface par des plans horizontaux : on les voit par exemple sur une carte de randonnée,

Les neuf fonctions choisies ici sont :

$$A(x, y) = \frac{3}{16}(x^2 + y^2) + \frac{1}{5}$$

$$B(x, y) = 8 - \frac{4}{3}\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$C(x, y) = \frac{3x}{4(1 + y^2)} + \frac{7}{2}$$

$$D(x, y) = 6 \exp\left(-\frac{5}{37}(x^2 + y^2)\right)$$

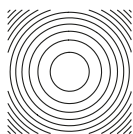
$$E(x, y) = 3 + \frac{9}{5} \cos\left(\frac{3}{2}\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

$$F(x, y) = 6 \exp\left(-\frac{1}{5}x^2\right)$$

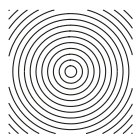
$$G(x, y) = \frac{2}{3}\left(1 + \sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

$$H(x, y) = \frac{x^2}{3(1 + y^2)} + \frac{4}{5}$$

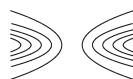
$$I(x, y) = \frac{16}{5} + \frac{3}{4}x$$



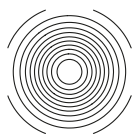
A



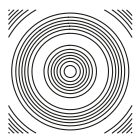
B



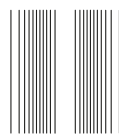
C



D



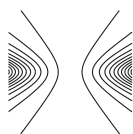
E



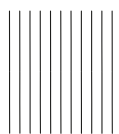
F



G



H



I



1



2



3



4



5



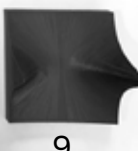
6



7



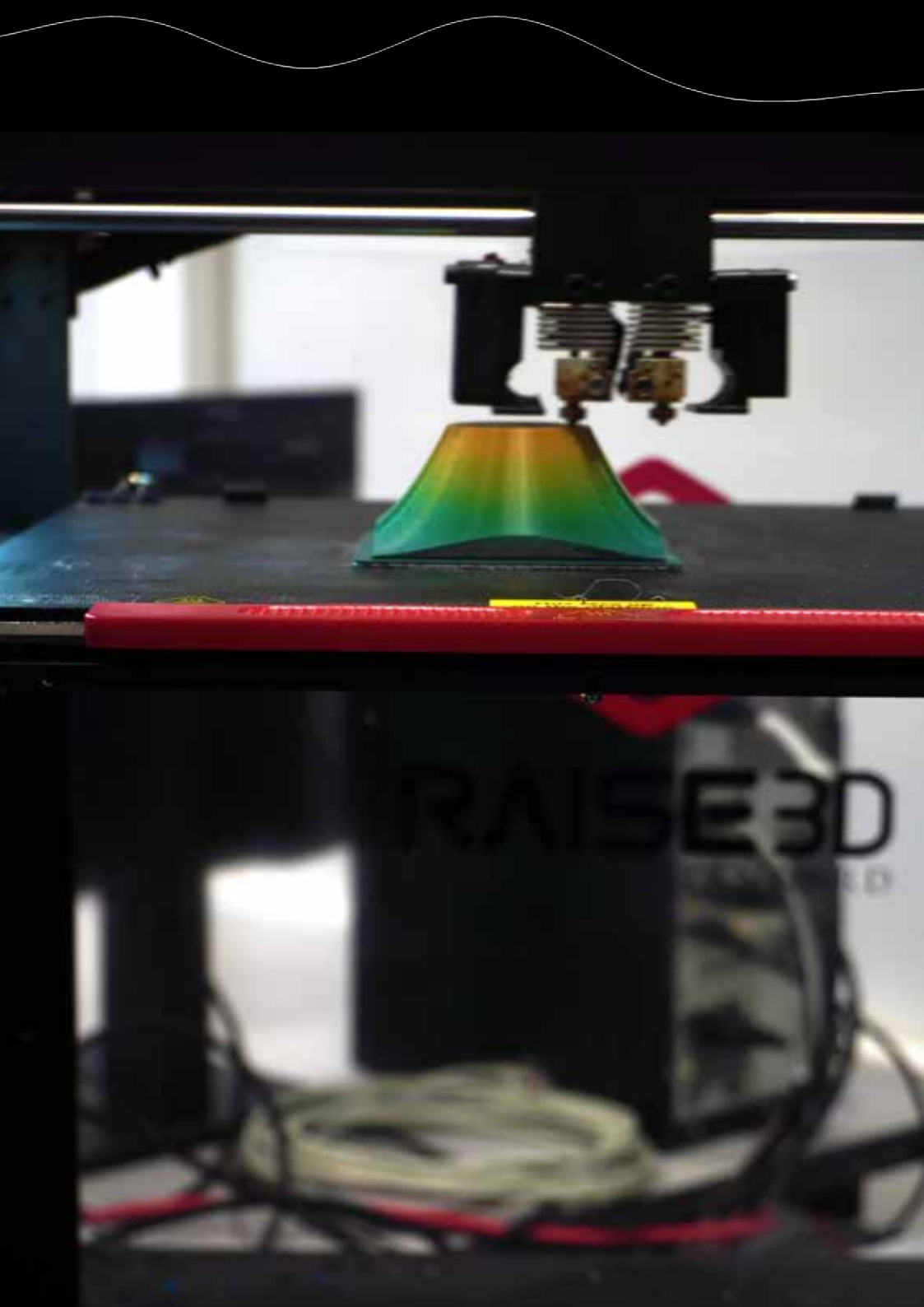
8

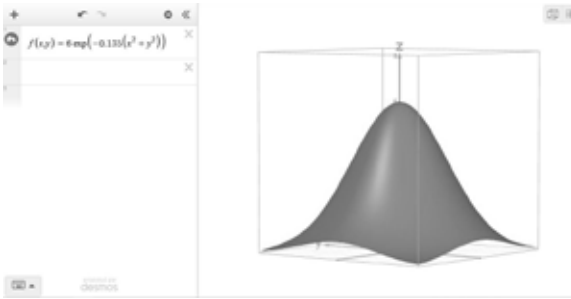


9

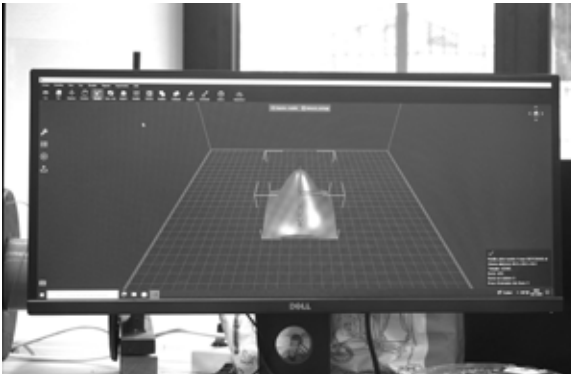
Le seul truc qui nous a vraiment donné du fil à retordre, c'est que l'imprimante 3D adore créer du suspense... parfois, elle plante juste au dernier moment, alors que la pièce est presque prête. C'est un peu comme un joueur qui ragequit... tout est prêt, il reste 1%, et hop, elle plante juste pour le fun.

Dimitri Koël
Othmane
Benabdallah

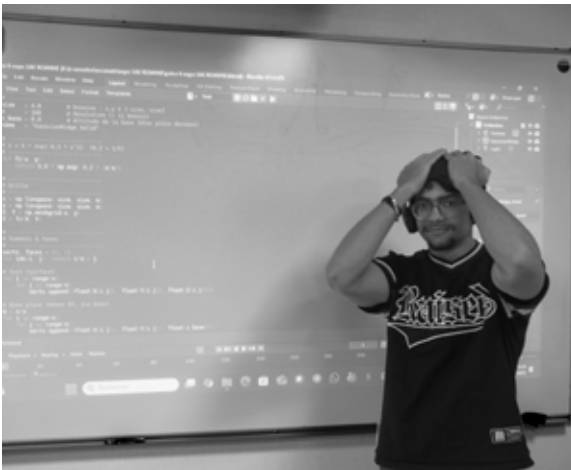




Chaque surface a été étudiée et ses courbes de niveau tracées grâce au logiciel en ligne Desmos.



Nous avons ensuite utilisé l'intelligence artificielle pour générer un code Python permettant de représenter l'allure d'une fonction et d'envoyer la forme dans le logiciel Blender.



Le fichier a ensuite été envoyé à une imprimante 3D pour la réalisation de chaque pièce.

Black Sea

Cette œuvre représente une forme semblant s'échapper de la surface où elle est posée.

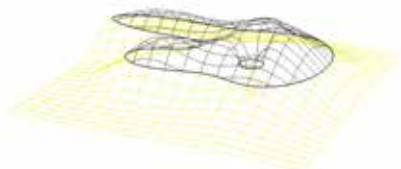
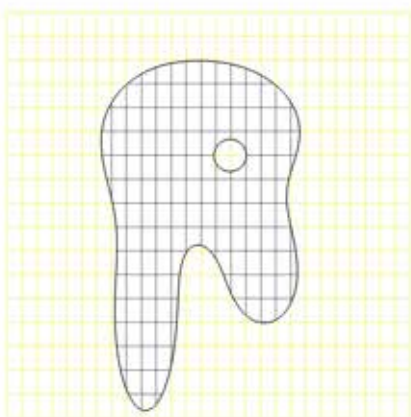
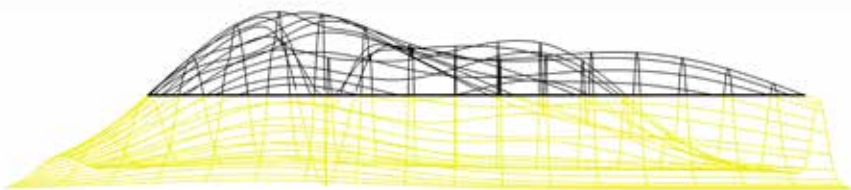
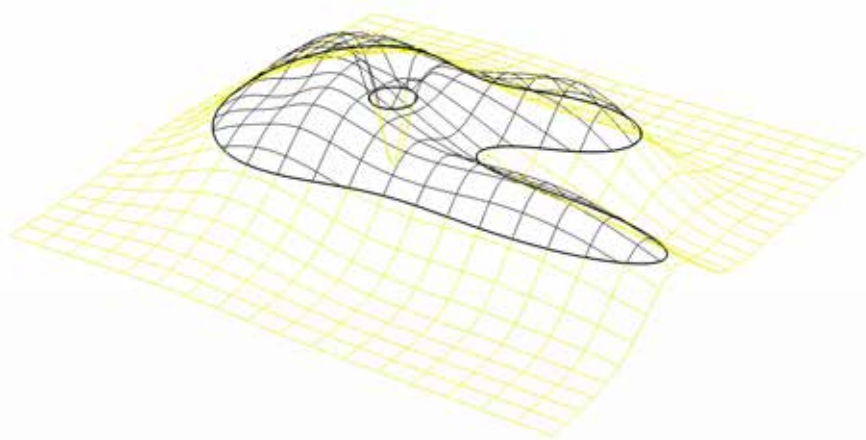
Ici seule la partie positive de la fonction (en noir ci-contre) a été utilisée, la partie négative disparaissant derrière le mur de l'exposition, telle des fonds marins invisibles.

Elle à été réalisée à l'aide de Forex noir (PVC expansé) que l'on a intercalé méthodiquement.

Nous avons tout d'abord fait des essais d'encoches au cutter, mais la précision n'était pas optimale. Nous avons ensuite généré les profils sur Excel, et imprimé des feuilles qui nous ont servi de guides pour la découpe. Nous avons terminé l'assemblage en réalisant finalement nos encoches à l'aide d'une scie électrique.

La fonction utilisée pour générer la surface est

$$\begin{aligned} f(x, y) = & -10 + \\ & 20 \exp\left(-\frac{7}{10000}x^2 - \frac{13}{10000}(y-30)^2\right) \\ & - 20 \exp\left(\frac{-3}{100}(x-8)^2 - \frac{3}{100}(y-22)^2\right) \\ & + 15 \exp\left(\frac{-4}{1000}(x-20)^2 - \frac{2}{1000}(y+20)^2\right) \\ & + 15 \exp\left(\frac{-4}{1000}(x+20)^2 - \frac{4}{1000}(y+32)^2\right) \\ & + 5 \exp\left(\frac{-4}{1000}(x-10)^2 - \frac{4}{1000}y^2\right) \\ & - 4 \exp\left(\frac{-1}{100}(x+15)^2 - \frac{1}{100}(y-33)^2\right) \end{aligned}$$

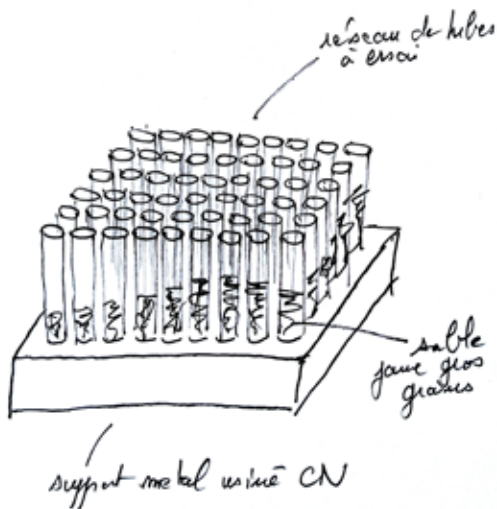


Dunes

Cette œuvre mélange trois matériaux complémentaires : le sable, le verre et le métal.

Elle peut sembler au premier abord assez austère : la froideur du verre et du métal se combinent avec la rigueur des mathématiques.

Et pourtant, cette surface fluide générée par un volume de sable, telle la face d'une dune au bord de l'océan, va peut-être amener des images douces et romantiques de grands espaces et de liberté dans l'esprit du visiteur imaginaire.



La fonction utilisée ici est :

$$f(x, y) = \frac{23}{2} \exp\left(-\frac{1}{100}((x-2)^2 + y^2)\right) \\ \times \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{100}((x+6)^2 + 2y^2)\right)\right]$$

Chacun des 289 points de la surface correspondant aux centres des tubes a été calculé à l'aide d'une feuille Excel, puis les tubes ont été remplis de la hauteur de sable correspondante.



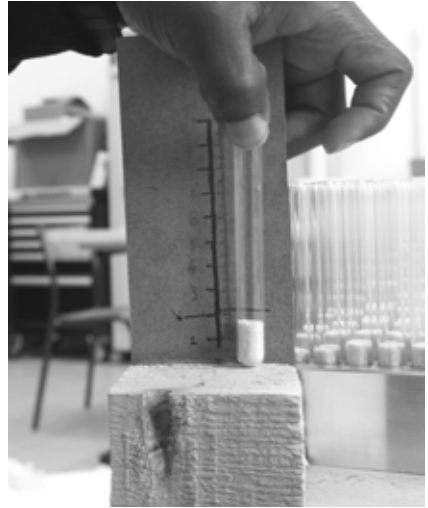
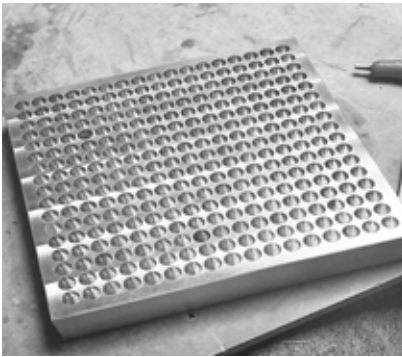
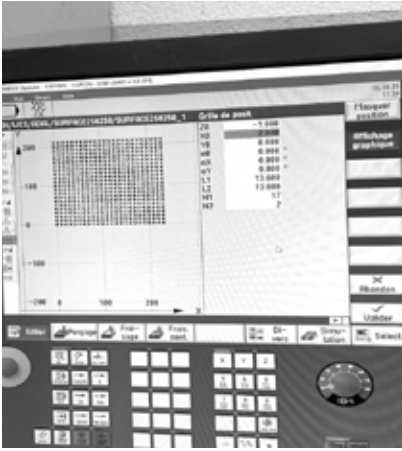
Ce sable nous permet d'introduire une nouvelle notion : *l'intégrale*. En effet, l'intégrale d'une fonction de deux variables n'est autre que le volume sous la surface. Ici, si le volume était plein de sable (ce qui n'est pas le cas, il y a les parois en verre, et de l'air entre chaque tube), le volume correspondrait exactement à l'intégrale :

$$V = \iint_{[-11,5; 11,5]^2} f(x, y) \, dx \, dy \approx 1825 \text{ cm}^3$$



La programmation du centre d'usinage comporte trois phases : le surfacage, le pointage et le perçage. Chaque trou a un diamètre de 12mm pour 20mm de profondeur.

Après avoir usiné l'aluminium et choisi le type de sable, la partie laborieuse commence : le remplissage des 289 tubes !



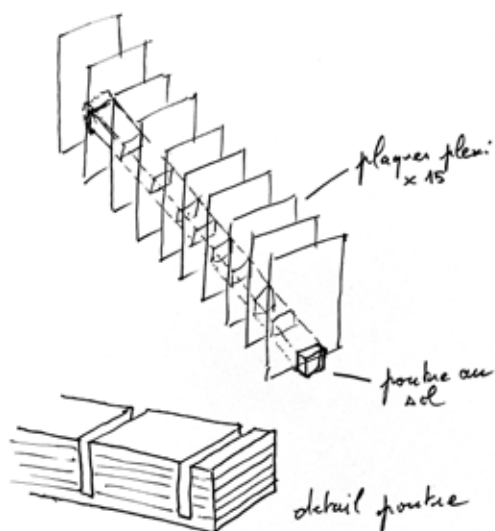


La forêt de Boa

Dans cette forêt transparente, des lianes semblent se tisser entre les sinueuses veines des résidents immobiles. Reliés par un réseau de racines, les locataires de cette faune artificielle discutent, leurs branches tournées vers le sol, de la sinuosité de leur existence.

La mycorhize, association symbiotique de champignons et de racines, apparaît dans le tracé de la fonction et de ses tangentes, sur les troncs verticaux plantés dans l'artère-mère de Boa.

Le contraste entre le récit d'une nature autonome et la manufacture de cette pièce nous interroge sur la place de l'homme dans son écosystème et sur son impact sur l'environnement.



C'est de loin mon œuvre préférée, de part sa taille très imposante, et la beauté du mélange entre le naturel du bois, le côté industriel du plexiglas et celui scientifique des mathématiques.

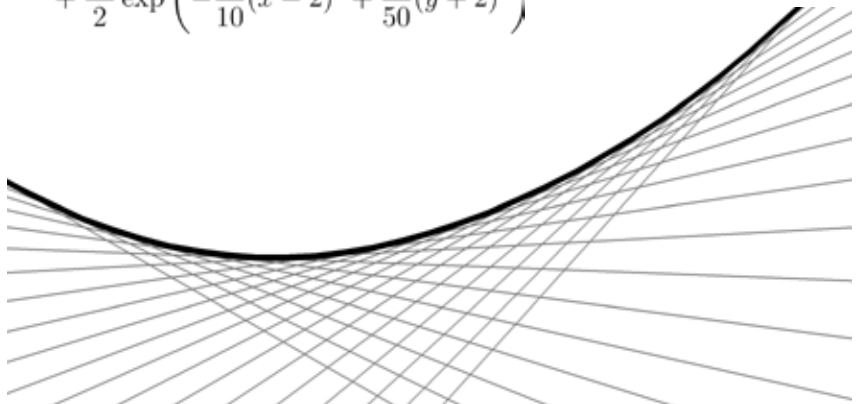
Adam Mammad

J'apprécie vraiment cette œuvre et ce qu'elle raconte, j'ai dès le début voulu travailler dessus. Dans un premier temps, nous avons dû réfléchir aux cotations de la poutre principale. Partis de cinq planches de trois mètres de long, nous avons dû séparer le support en deux parties, sur lesquelles viennent se greffer de petits appuis. Une fois mis bout à bout et collés, ils permettent de maintenir les 15 plaques de plexiglas sur lesquelles vient se tracer la fonction étudiée.

Marius Ciochetto

On a tracé pour cette œuvre à la fois les fonctions partielles de la fonction (intersections de la surface par les 15 plans correspondant aux plaques de plexiglas), et également les tangentes aux fonctions partielles en différents points

$$f(x, y) = \left(\frac{17}{25}(x - 3, 3)^2 + 2(y - 3)^2 \right) + \frac{15}{2} \exp \left(-\frac{3}{10}(x - 2)^2 + \frac{2}{50}(y + 2)^2 \right)$$



#11 La forêt de Boa

Marius Ciochetto
Adam Mammad

Il fut ici intéressant, durant la phase de découpe, de créer des patrons et des guides afin de gagner du temps lors du sciage. Ensuite est venue l'étape du collage, avec une soixantaine de petites planchettes à assembler en blocs de cinq. Il a fallu les poncer pour les uniformiser, puis les fixer sur la poutre principale, avant de vernir l'ensemble.



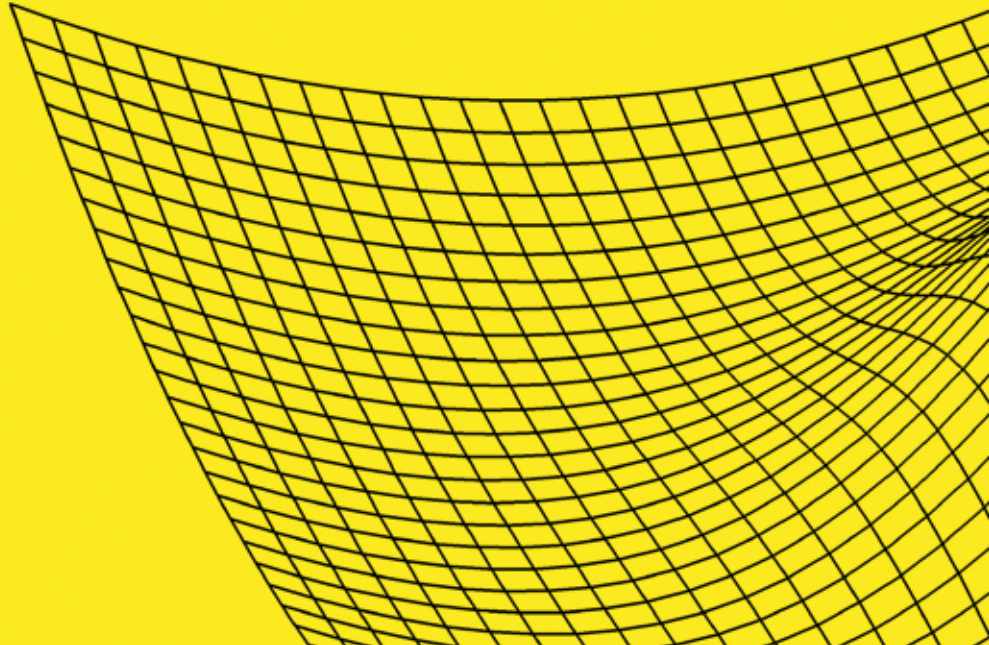


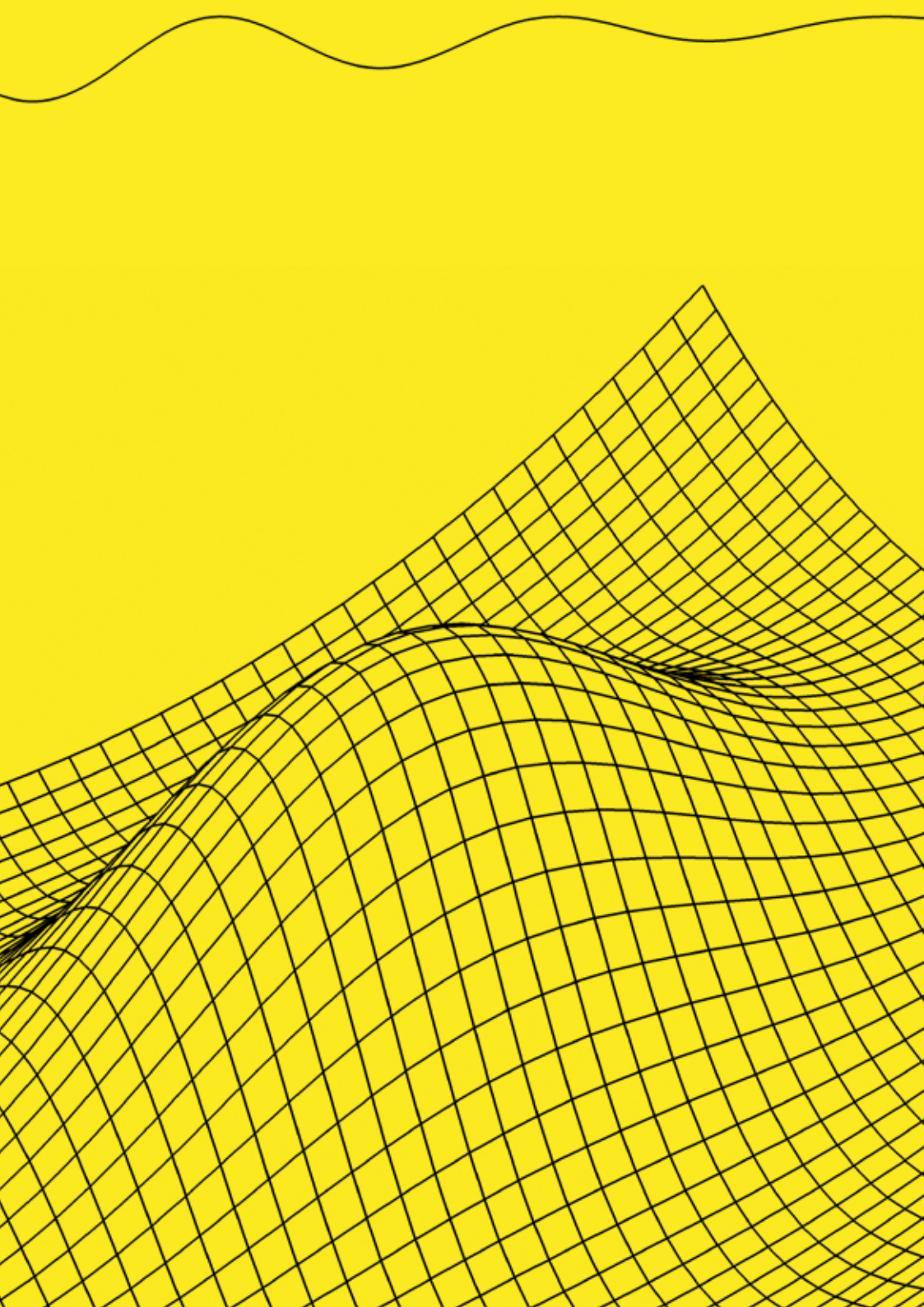
#11 La forêt de Boa

Marius Ciocchetto
Adam Mammad

$$f(x, y) = \left(\frac{17}{25}(x - 3,3)^2 + 2(y - 3)^2 \right) + \frac{15}{2} \exp \left(-\frac{3}{10}(x - 2)^2 + \frac{2}{50}(y + 2)^2 \right)$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ -11,2 \leq y \leq 11,2 \end{cases}$$





Vallée de l'Étranche

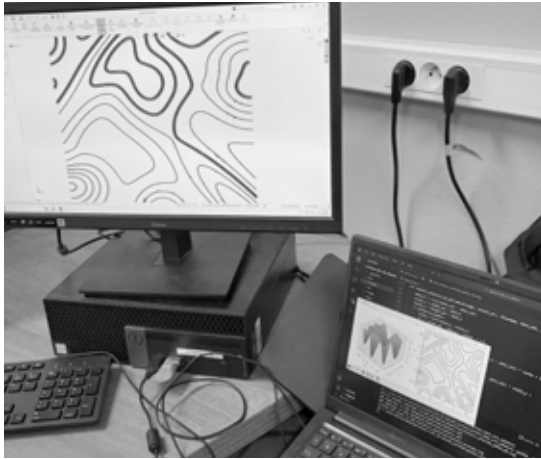
Le concept d'Uncanny Valley (Vallée de l'étrange en français), théorisé par le japonais Masahiro Mori dans les années 70, décrit l'espace désagréable dans lequel se situe une chose assez familière pour s'identifier à elle, mais trop peu pour qu'on puisse réellement ressentir de l'affinité, provoquant alors un malaise instinctif.

Ici, nous n'avons pas affaire à une vallée de l'étrange, mais à une vallée de l'Étranches. Parfois, à trop vouloir paraître humaines, les créations tombent dans cette abîme repoussoir. Ne faudra-t-il pas alors essayer de montrer plus avec moins ? Laisser l'esprit de l'observateur combler les trous ?

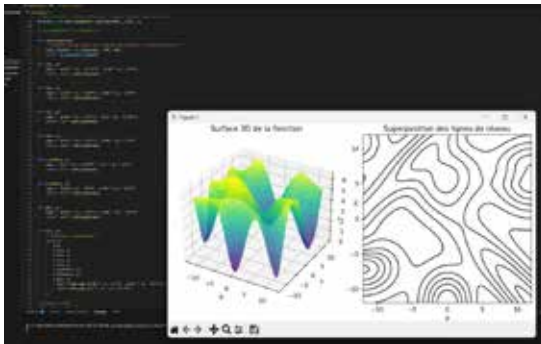
Que trouve-t-on sur les versants de cette vallée : forêts, plaines, roches, vie, désert ?

Ici, par sa volonté de suggérer plutôt que de montrer, l'œuvre invite à interroger son pouvoir imaginaire. À l'heure où tout semble nous être servi presque pré-mâché, prêt à l'emploi et sans nécessiter aucun effort de notre part, les vallons sinueux de cette pièce viennent dialoguer avec la créativité du spectateur.





Nous avons rédigé un programme Python dont le but était d'extraire les différentes lignes de niveau, puis de convertir le calque dans un format .dxf lisible par le logiciel SolidWorks.



Nous avons ensuite utilisé SolidWorks pour extruder un pavé sillonné par les lignes de niveau du calque. Cette partie a demandé un certain temps de recherche et d'expérimentations, car la présence d'un très grand nombre de points rendait le rendu extrêmement coûteux en ressources.

Après de nombreux essais infructueux pour réduire le nombre de points tout en conservant l'intégrité de la courbe, il a fallu trouver une alternative en utilisant le calque comme modèle de tracé afin de créer ensuite les formes voulues.



Enfin le modèle a été importé dans le logiciel Makeledea pour l'imprimer en 3D.



Adalberto Sikalekeni



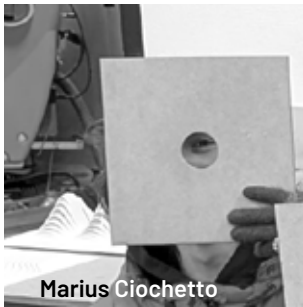
Adam Mammad



Octave Vermorel



Junior Hounzonlin



Marius Ciochetto



Matthieu Jonin



Noël André




Dimitri Koël



Othmane Benabdallah





Réponse du jeu KB9 : A6 - B4 - C9 - D5 - E8 - F7 - G2 - H3 - I1

Chaleureux remerciements à Cyrille,
Cédric et Raphaël pour leur aide et
leurs précieux conseils techniques,
et à tous ceux qui ont rendu cette
exposition possible.

Othmane Benabdallah
Marius Ciochetto
Junior Hounzonlin
Matthieu Jonin
Dimitri Koël
Adam Mammad
Adalberto Sikalekeni
Octave Vermorel
et
Noël André